

* Final revision in (differentiation and integration): -

→ important laws in diff. & int.

الدالة المشتقة	المشتقة	الدالة المشتقة	المشتقة
$\sin(x)$	$\cos(x) \cdot x'$	$\sinh(x)$	$\cosh(x) \cdot x'$
$\cos(x)$	$-\sin(x) \cdot x'$	$\cosh(x)$	$\sinh(x) \cdot x'$
$\tan(x)$	$\sec^2(x) \cdot x'$	$\tanh(x)$	$\sec^2(x) \cdot x'$
$\cot(x)$	$-\csc^2(x) \cdot x'$	$\coth(x)$	$-\operatorname{cosech}^2(x) \cdot x'$
$\sec(x)$	$\sec(x) \cdot \tan(x) \cdot x'$	$\operatorname{sech}(x)$	$-\operatorname{sech}(x) \cdot \tanh(x) \cdot x'$
$\csc(x)$	$-\csc(x) \cdot \cot(x) \cdot x'$	$\operatorname{cosech}(x)$	$-\operatorname{cosech}(x) \cdot \coth(x) \cdot x'$

الدالة المشتقة	المشتقة	الدالة المشتقة	المشتقة
$\sin^{-1}(x)$	$\frac{x'}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sinh^{-1}(x)$	$\frac{x'}{\sqrt{x^2+1}}$
$\cos^{-1}(x)$	$-\frac{x'}{\sqrt{1-x^2}}$	$\cosh^{-1}(x)$	$\frac{x'}{\sqrt{x^2-1}}$
$\tan^{-1}(x)$	$\frac{x'}{1+x^2}$	$\tanh^{-1}(x)$	$\frac{x'}{1-x^2}$
$\cot^{-1}(x)$	$-\frac{x'}{1+x^2}$	$\coth^{-1}(x)$	$\frac{x'}{1-x^2}$
$\sec^{-1}(x)$	$\frac{x'}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{sech}^{-1}(x)$	$\frac{x'}{x\sqrt{1-x^2}}$
$\csc^{-1}(x)$	$-\frac{x'}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{cosech}^{-1}(x)$	$-\frac{x'}{x\sqrt{1-x^2}}$

* لا نحتاج قانون الدالة العكسية لـ $\sin^{-1}$ والدالة العكسية.

$$\Rightarrow y = \sin^{-1}(x) \quad (* \sin) \quad \therefore \sin y = x \quad (\text{diff})$$

$$\therefore \cos(y) \cdot y' = 1 \quad (\text{square})^2 \quad \therefore \cos^2(y) \cdot y'^2 = 1 \quad \therefore y'^2 = \frac{1}{\cos^2(y)}$$

$$\therefore \cos^2(y) + \sin^2(y) = 1 \quad \therefore \cos^2(y) = 1 - \sin^2(y) \quad \therefore y'^2 = \frac{1}{1 - \sin^2(y)}$$

$$\therefore \sin(y) = x \quad \therefore \sin^2(y) = x^2 \quad \therefore y'^2 = \frac{1}{1 - x^2} \quad (\text{root})$$

$$\therefore y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (* \sin^{-1})$$

يكرر نفس الخطوات السابقة مع $\cos^{-1}$ والدالة العكسية $(\sin^{-1})$.

• Gameel.

في كل سؤال التفريع للدالة : (الاتصال).

أولاً : يجب معرفة قيمة الدالة الاساسية عند التفريع.

ثانياً : يجب بحث نهايات الدالة لإفرا معرفة اتصال الدالة منه بمرحلة.

ex 1 - $F(x) = \begin{cases} \frac{5}{12} & x=0 \\ \frac{x^3-5x+6}{x^4-6x^2} & x \neq 0 \end{cases}$. الدالة الاساسية عند $(\frac{5}{12})$.
 في نقطة اتصال الدالة الاساسية لإفرا .

من طرف النهايات :
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-5x}{x^4-6x^2} = \frac{0}{0}$

• باستخدام قاعدة لوبيتال .

وهي أفقية أسية مفردة $\frac{0}{0}$:
 $\frac{3x^2-5}{4x^3-6} = \frac{0-5}{0-6} = \frac{5}{6}$

• الدالة $connected$ (أو) :
 $F(x)_1 \neq F(x)_2$

الدالة $connected$:
 $F(x)_1 = F(x)_2$

في مقلول تايلور و مقلولين :

للمقدمة بين المقلولين أن تايلور لم يعرض مكان كل (a) بهذه تكون فعل ذلك

مقلولين (يعني مقلول مقلولين صومقلول تايلور بين معوض ب (a=0) .

مقلول تايلور :

$$F(x) = F(a) + \frac{x-a}{1!} * F'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} * F''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!} * F'''(a) + \dots$$

في حلوان حل سؤال مقلول تايلور أو مقلولين :

① إيجاد الدالة الاساسية ونشتقها عدة مرات (المحل لإفرا صومقلولين) .

② نعوطن مكان الطاقون (المقلولين) مع حرائد أو أفمقلولين .

في منذ تحديد فالسؤال قوما (a) أو قوما (x) .

قوما a :
 $\begin{cases} x+a=x & x-a=a \\ x+a=a & x-a=x \end{cases}$
 قوما x :

• Gamel .

→ integration:-

* Basic Rules:-

- 1) $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.
- 2) $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x)$.
- 3) $\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1 = 1 - 2 \sin^2(x)$
 $= \cos^2(x) - \sin^2(x)$.
- 4) $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.
- 5) $\tan^2(x) + 1 = \sec^2(x)$.
- 6) $\cot^2(x) + 1 = \operatorname{cosec}^2(x)$.
- 7) $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$.
- 8) $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.
- 9) $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.
- 10) $\int \sec(x) = \ln |\sec x + \tan x| + C$.
- 11) $\int \operatorname{cosec}(x) = \ln |\operatorname{cosec}(x) + \cot(x)| + C$.
- 12) $\int \sin^2(x) = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) + C$.
- 13) $\int \cos^2(x) = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x) + C$.
- 14) $\sqrt{a^2 + x^2} \Rightarrow \begin{matrix} x = a \sinh \theta \\ x = a \tan \theta \end{matrix}$.
- 15) $\sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow \begin{matrix} x = a \tanh \theta \\ x = a \sin \theta \end{matrix}$.
- 16) $\sqrt{x^2 - a^2} \Rightarrow \begin{matrix} x = a \sec \theta \\ x = a \cosh \theta \end{matrix}$.

في كل الحالة (14 و 15 و 16) لا يجوز التعويض بدالة واحدة فقط بل يجب ان يكون له شكل آخر او ان يكون
 من طابع تقوّمه بالدالة الشبيهة وتكون عليه ثابت من (x).

في كل هذه الحالات السابقة لا يشترط ان يكون الدالة والمطلوب كذا الكذا يجوز ان يكون
 التعويض المتكامل بدون الجذر.

في حالة الدالة المتكاملة بالتعويض هو آخر السطر اما تطبيق السطر لجعل المتكامل متكاملا
 هو سطر عليه مثلا (3x) يبقى نفسه (y = x^3) حيث ان يكون (dx = 3x^2 dx) .

في حالة ظهور متكامل للدالة العكسية المتكاملة فتقوم بغير الدالة في (1/a) في جميع الحالات
 ما عدا حالة الجيب وجيب التمام.

في المتكامل السابق : متباين . (1/a * (tan^-1(x/a) or sin^-1(x/a))

لا يجوز ان المتكامل بالجزء ان تكامل جزءا من هذا يكون في الحالة (5) .

في هذه انواع عدة يمكن ان تكون فيها متكاملين (تعويض في الجزء) ما عدا .

في انكسور الجزئية لو انكسرتكامل فكل تخليه فكل من طرية او انه يحلوه .

لا لا تضع ثابته في المتكامل المحدود .

في درجته حالات المتكامل بالجزء وانكسور الجزئية ما درجه آخر .

* integration (التكامل الجزئية).

في يوجد ٣ حالات في تكامل التفاضل الجزئية:

الحالة ١ - السبب أقل منه المتكامل في الدرجة (كسر حقيقي أو فعل) ويكون المتكامل درجته (١) - $\Rightarrow \frac{F(x)}{g(x)} \Rightarrow g(x) = (x-a)(x-b) \dots$

الحالة ٢ - السبب أقل منه المتكامل في الدرجة (كسر فعل) ويكون درجه المتكامل (١) مكن مكرره: $\frac{F(x)}{g(x)} \Rightarrow g(x) = (x-a)^n$.
في هذه الحالة نوزع الثوابت على عدد متساوية المتكامل.

$$\Rightarrow \frac{F(x)}{g(x)} \Rightarrow g(x) = (2x-1)^3 \Rightarrow \frac{A}{(2x-1)^1} + \frac{B}{(2x-1)^2} + \frac{C}{(2x-1)^3}$$

الحالة ٣ - السبب أقل منه المتكامل في الدرجة (كسر فعل) ويكون المتكامل فيه موزعاً أو أكثر حيث (مكرر وآخر أكبر منه في الدرجة مكرر) -

$$\Rightarrow \frac{F(x)}{g(x)} \Rightarrow g(x) = (3x^2 - x + 1)(x-1)^3$$

في هذه الحالة نوزع الثوابت على كل قوس مكن في قوس الدرجة الثانية يكون السبب هو الحد ودرجة فيه هو (١) نظراً للمقام:

$$\Rightarrow \frac{Ax+B}{3x^2-x+1} + \frac{C}{(x-1)^3} + \frac{D}{(x-1)^2} + \frac{N}{(x-1)^1}$$

ملاحظة: عدد الثوابت يكون مساوياً لعدد الاقواس المتماثل المتكامل.

ملاحظة ١ - التفاضل الحقيقي أو الفعل هو $\Rightarrow F(x) > g(x)$
التفاضل الحقيقي أو غير الفعل هو $\Rightarrow F(x) < g(x)$
في الدرجة.

(التفاضل بالمعنى) $\frac{1}{u}$ By $\frac{1}{u}$ integration By $\frac{1}{u}$

الحالة الأولى: - حاصل ضرب (دالة أسية في دالة كثيرة حدود)

تفاضل	تفاضل
$\frac{1}{u}$	$\frac{1}{u}$
دالة كثيرة حدود	دالة أسية

الحالة الثانية: - حاصل ضرب (دالة مثلثية في دالة كثيرة حدود)
أو راندييه

تفاضل	تفاضل
$\frac{1}{u}$	$\frac{1}{u}$
دالة كثيرة حدود	دالة مثلثية أو راندييه

الحالة الثالثة: - حاصل ضرب (دالة مثلثية عكسية في آء دالة)
أو راندييه عكسية

تفاضل	تفاضل
$\frac{1}{u}$	$\frac{1}{u}$
دالة كثيرة حدود	دالة مثلثية عكسية
دالة راندييه عكسية	دالة آء

الحالة الرابعة: - حاصل ضرب (اللوغاريتم (ln) في آء دالة)

تفاضل	تفاضل
$\frac{1}{u}$	$\frac{1}{u}$
اللوغاريتم	دالة آء

في الحالة الخامسة - حاصل ضرب (دالة مثلية في دالة أحادية)
رأته

« صفنا بنائية دالة متقاطعة ودالة أخرى متقاطعة بالكون التامل بالبنية
حصول مرئية .

« التامل في المرة الثانية سوف يعود لأصله (I) بالذلك نخوض مثابة
ب (آ) ونقسم من (2) ؟ للحصول الناتج .

« التامل بالبنية سيستخدم في حالة ضرب الدوال الصلبة محل آ
لا تمل بالقواعد الأساسية .

« التامل بالكون الجبرية سيستخدم في حالة متعة الدوال التامل
بالقواعد الأساسية .

« في التامل بالبنية لا نذكر الناتج حيث نضع ثابت (لحد فقط في نهاية
التامل .

في التكامل المحدود -

$$1) \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

$$2) \int_a^b f'(x) dx = - \int_b^a f'(x) dx.$$

$$3) \int_a^b f'(x) dx = \int_a^c f'(x) dx + \int_c^b f'(x) dx.$$

$$4) \int_{-a}^a f'(x) dx \begin{cases} \rightarrow f(x) \text{ odd} \Rightarrow 0 & (\text{الدالة لو فردية}). \\ \rightarrow f(x) \text{ even} \Rightarrow 2 \int_0^a f(x) dx & (\text{الدالة لو زوجية}). \end{cases}$$

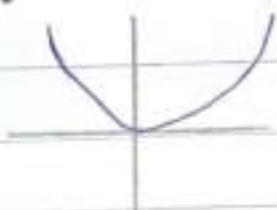
في تطبيق التكامل المحدود -

مع إعطاء من طريقة رسم الدالتين ومعرفة الجزء المطلوب إيجاد مساحته .

مع إعطاء مساحه الدالتين ومعرفة حدود التكامل ونقوم بطرح الدالة الأولى من الدالة الأولى ولو لمكننا التناهي سيكون سالب لذلك نضع حدود .

في أشكال الدالة التربيعية (دالة y) :-

$$y = x^2$$



$$y = -x^2$$



$$y^2 = x$$



$$y^2 = -x$$



• نعرف أن الأول y_1 الثاني y_2 $\Rightarrow y = x - 2$ و $y = x^2$

$$y_1 = y_2$$

في نصل بين قيمتي x وهذه هي حدود التكامل .

في طرح (القيمة y_2) أو (القيمة y_1) بشرط وجود حدود .